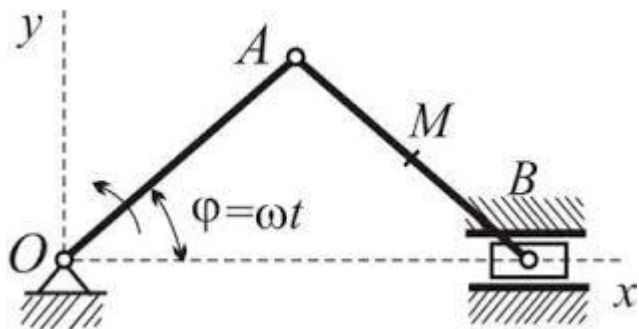
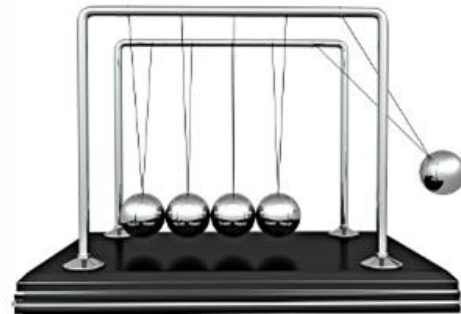


КІНЕМАТИКА ПОСТУПАЛЬНОГО РУХУ.



Оскільки рух тіл відбувається у просторі і у часі, то для його описання необхідно знати, в яких місцях простору і в які моменти часу це тіло знаходилося.

- Положення тіла визначають відносно якого-небудь іншого, довільно вибраного тіла — **тіла відліку**.
- Сукупність просторової системи координат і годинника, пов'язаних з тілом відліку, називають **системою відліку**.



- Рівняння прямолінійного рівномірного руху:

$$x = x_0 + v_x \cdot t$$

Якщо тіло рухається в напрямі осі X, то

$$x = x_0 + v \cdot t$$

Якщо тіло рухається в протилежному напрямі,
то

$$x = x_0 - v \cdot t$$

Розв'язання задач на побудову графіків залежності координат, швидкості та прискорення від часу

Зміст завдання

Задачі пропонують нам рівняння траєкторій руху в параметричному вигляді. Це означає, що координата x і координата y виражені через якийсь параметр (в даному випадку, час t). Наша мета - перейти від параметричного вигляду рівняння до явного вигляду залежності координат від часу, а потім, диференціюючи ці залежності, отримати вирази для швидкості та прискорення. Після цього побудувати графіки цих залежностей.

Алгоритм розв'язання

1. **Виразити параметр t :** З одного з рівнянь виражаємо параметр t через відповідну координату.
2. **Підставити в друге рівняння:** Підставляємо отриманий вираз для t в друге рівняння. Отримуємо явне рівняння залежності однієї координати від іншої.
3. **Знайти швидкість:** Диференціюємо отримане рівняння за часом. Швидкість - це похідна від координати за часом.
4. **Знайти прискорення:** Диференціюємо швидкість за часом. Прискорення - це похідна від швидкості за часом.
5. **Побудувати графіки:** За отриманими рівняннями будуємо графіки залежностей координат, швидкості та прискорення від часу.

Розв'язання прикладів

Приклад 1.1:

- Виражаємо t з першого рівняння: $t = 2x$.
- Підставляємо в друге рівняння: $y = 8\sin(2 \cdot 2x) = 8\sin(4x)$.
- Отримуємо явний вигляд залежності: $y = 8\sin(4x)$. Це рівняння описує синусоїду.
- Знаходимо швидкість за координатами:
 - $dx/dt = 2$
 - $dy/dt = 32\cos(4x) \cdot dx/dt = 64\cos(4x)$
- Знаходимо прискорення:
 - $d^2y/dt^2 = -256\sin(4x) \cdot dx/dt = -512\sin(4x)$
- Будуємо графіки:
 - $x(t)$ - лінійна функція
 - $y(t)$ - синусоїда
 - $v(t)$ - косинусоїда
 - $a(t)$ - синусоїда зі зміненим амплітудою і фазою

Приклад 1.2:

- Аналогічно до першого прикладу, виражаємо t з одного рівняння і підставляємо в друге.
- Отримуємо рівняння кола.
- Диференціюючи за параметром t , знаходимо проекції швидкості на осі координат.
- Диференціюючи проекції швидкості, знаходимо проекції прискорення.
- Будуємо графіки.

Приклад 1.3:

- Це рівняння описує рівномірний рух по прямій лінії.
- Швидкість постійна, прискорення дорівнює нулю.
- Графіки: лінійні функції для координат і швидкості, вісь абсцис для прискорення.

Важливі зауваження

- **Параметричне задання кривої:** Параметричне задання кривої дозволяє описувати складні траєкторії, які важко задати явним рівнянням.
- **Геометричний зміст похідної:** Похідна за часом від координати - це проекція миттєвої швидкості на відповідну вісь. Похідна від швидкості - це проекція прискорення.
- **Побудова графіків:** Для побудови графіків можна використовувати графічні калькулятори, комп'ютерні програми (наприклад, Mathcad, MATLAB) або онлайн-сервіси.

Додаткові рекомендації

- **Перевіряйте розмірність:** Переконайтеся, що одиниці вимірювання всіх величин узгоджені.
- **Аналізуйте отримані результати:** Проаналізуйте отримані графіки, зверніть увагу на їх форму, екстремуми, точки перетину з осями координат.
- **Порівнюйте з теоретичними даними:** Якщо є теоретичні відомості про рух, порівняйте отримані результати з теоретичними.

Виконання цих задач допоможе Вам краще зрозуміти зв'язок між рівняннями руху, графіками і фізичним змістом кінематичних величин.

Якщо у Вас виникнуть додаткові питання, не соромтеся їх задавати.

Чи хотіли б Ви розв'язати якусь конкретну задачу більш детально?

Задача: Автомобіль рухається зі швидкістю 72 км/год. Яку відстань він проїде за 10 хвилин?

Дано:

$$v = 72 \text{ км/год}$$

$$t = 10 \text{ хв}$$

$$S - ?$$

Рівномірний прямолінійний рух

Розв'язання:

1. Переведемо величини в систему СІ (метри та секунди):

- $$v = 72 \text{ км/год} = \frac{72 \cdot 1000 \text{ м}}{3600 \text{ с}} = 20 \text{ м/с}$$

- $$t = 10 \text{ хв} = 10 \cdot 60 \text{ с} = 600 \text{ с}$$

Задача: Поїзд почав рух зі станції з прискоренням 0.5 м/с^2 . Яку швидкість він набере за 20 секунд?

Дано:

$$v_0 = 0 \text{ м/с (почав рух)}$$

$$a = 0.5 \text{ м/с}^2$$

$$t = 20 \text{ с}$$

$$v = ?$$

Рівноприскорений рух (швидкість)

Розв'язання:

1. Формула швидкості при рівноприскореному русі: $v = v_0 + at$
2. Оскільки $v_0 = 0$, формула спрощується: $v = at$
3. Обчислення: $v = 0.5 \text{ м/с}^2 \cdot 20 \text{ с} = 10 \text{ м/с}$

Відповідь: 10 м/с.

Задача: Велосипедист рухався зі швидкістю 4 м/с. Побачивши перешкоду, він загальмував. Прискорення при гальмуванні склало -2 м/с^2 . Який гальмівний шлях велосипедиста?

Дано:

$$v_0 = 4 \text{ м/с}$$

$$v = 0 \text{ м/с (зупинився)}$$

$$a = -2 \text{ м/с}^2$$

$$S = ?$$

Рівноприскорений рух (відстань)

Розв'язання:

1. Використовуємо формулу без часу: $v^2 - v_0^2 = 2aS$

2. Виражаємо шлях: $S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$

3. Обчислення: $S = \frac{0 - (4 \text{ м/с})^2}{2 \cdot (-2 \text{ м/с}^2)} = \frac{-16}{-4} = 4 \text{ м}$

Відповідь: 4 метри.

Задача: Рух тіла задано рівнянням $x = 5 + 2t + 0.5t^2$ (м). Визначте початкову координату, початкову швидкість та прискорення тіла.

Розв'язання:

Рівняння руху

1. Загальне рівняння координати: $x = x_0 + v_0t + \frac{at^2}{2}$
2. Порівнюємо з нашим рівнянням: $x = 5 + 2t + 0.5t^2$
 - $x_0 = 5$ м (початкова координата)
 - $v_0 = 2$ м/с (коефіцієнт біля t)
 - $\frac{a}{2} = 0.5 \Rightarrow a = 1$ м/с² (прискорення)

Відповідь: $x_0 = 5$ м, $v_0 = 2$ м/с, $a = 1$ м/с².

Задача: М'яч впав з даху будинку за 3 секунди. Яка висота будинку? ($g \approx 10 \text{ м/с}^2$)

Дано:

$$v_0 = 0 \text{ м/с}$$

$$t = 3 \text{ с}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$h = ?$$

Вільне падіння

Розв'язання:

1. Формула висоти при вільному падінні: $h = \frac{gt^2}{2}$

$$2. \text{ Обчислення: } h = \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot (3 \text{ с})^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ м}$$

Відповідь: 45 метрів.

1. Рівномірний прямолінійний рух

Задача: Пішохід пройшов 1.8 км за 30 хвилин. З якою швидкістю він рухався (у м/с)?

Задачі

2. Рівноприскорений рух (швидкість)

Задача: Мотоцикліст стартує з місця з прискоренням 3 м/с^2 . Якою буде його швидкість через 4 секунди?

3. Рівноприскорений рух (відстань)

Задача: Автомобіль, що їхав зі швидкістю 20 м/с , зупинився через 50 метрів після початку гальмування. Яким було прискорення автомобіля?

4. Рівняння руху

Задача: Рух тіла описується рівнянням $x = 10 + 5t + 2t^2$ (м). Якою буде координата тіла через 2 секунди після початку відліку часу?

5. Вільне падіння

Задача: З якою швидкістю камінь торкнеться землі, якщо він падав з висоти 20 метрів? $g = 10 \text{ м/с}^2$

1. Рівномірний прямолінійний рух

Задача: Пішохід пройшов 1.8 км за 30 хвилин. З якою швидкістю він рухався (у м/с)?

(Рішення: Переведемо одиниці: шлях $S = 1800$ м, час $t = 1800$ с (бо 30 хв * 60). Формула: $v = S / t$. Обчислення: $1800 / 1800 = 1$ м/с. Відповідь: 1 м/с)

2. Рівноприскорений рух (швидкість)

Задача: Мотоцикліст стартує з місця з прискоренням 3 м/с^2 (метри за секунду в квадраті). Якою буде його швидкість через 4 секунди?

(Рішення: Використовуємо формулу $v = v_0 + at$. Оскільки початкова швидкість $v_0 = 0$, то швидкість $v = 3 * 4 = 12$ м/с. Відповідь: 12 м/с)

3. Рівноприскорений рух (вдстань)

Задача: Автомобіль, що їхав зі швидкістю 20 м/с, зупинився через 50 метрів після початку гальмування. Яким було прискорення автомобіля?

(Рішення: Формула прискорення через шлях: $a = (v^2 - v_0^2) / 2S$. Кінцева швидкість $v = 0$, тому $a = -(20 \cdot 20) / (2 \cdot 50) = -400 / 100 = -4 \text{ м/с}^2$. Мінус означає гальмування. Відповідь: -4 м/с^2)

4. Рівняння руху

Задача: Рух тіла описується рівнянням $x = 10 + 5t + 2t^2$ (метри). Якою буде координата тіла через 2 секунди після початку відліку часу?

(Рішення: Підставляємо час $t = 2$ у рівняння: $x = 10 + 5 \cdot 2 + 2(2^2) = 10 + 10 + 8 = 28$ метрів. Відповідь: 28 м)

Задачі

5. Вільне падіння

Задача: З якою швидкістю камінь торкнеться землі, якщо він падав з висоти 20 метрів? (Прискорення вільного падіння g приблизно 10 м/с^2)

(Рішення: Формула швидкості через висоту: $v = \sqrt{2 * g * h}$. Обчислення: $\sqrt{2 * 10 * 20} = \sqrt{400} = 20 \text{ м/с}$. Відповідь: 20 м/с)